PART4 三角関数の相互関係

要点 ① 三角関数の相互関係

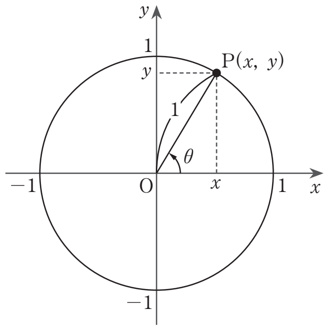
単位円において，x 軸の正の部分を始線とする角 θ の動径と円との交点を $\mathrm{P}(x,\ y)$ とすると

$$x=\cos\theta,\quad y=\sin\theta$$

ここで，　　　　　であるから

$$\cos^2\theta+\sin^2\theta=1 \quad \cdots\cdots \quad ①$$

また，$\tan\theta=\dfrac{y}{x}=\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$ $\cdots\cdots$ ②



①，②より，$1+\tan^2\theta=\dfrac{1}{\cos^2\theta}$

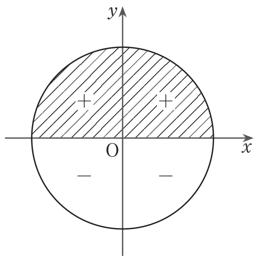
よって，三角関数においても，三角比同様，以下の相互関係が成り立つ。

三角関数の相互関係

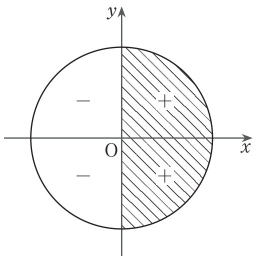
1　$\tan\theta=\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$　　**2**　$\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$　　**3**　$1+\tan^2\theta=\dfrac{1}{\cos^2\theta}$

$\sin\theta$，$\cos\theta$，$\tan\theta$ の値の符号は，θ の動径がどの象限にあるかで決定する。

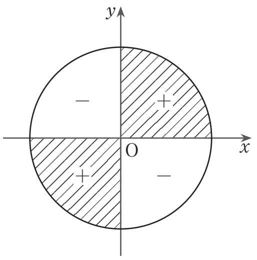
$\sin\theta$



$\cos\theta$



$\tan\theta$



【MEMO】

4 (1) θ が第 4 象限の角で，$\cos\theta=\dfrac{3}{5}$ のとき，$\sin\theta$，$\tan\theta$ の値を求めよ。

(2) θ が第 3 象限の角で，$\tan\theta=3$ のとき，$\sin\theta$，$\cos\theta$ の値を求めよ。

Point Pickup

三角関数の相互関係

1 $\tan\theta=\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$ **2** $\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$ **3** $1+\tan^2\theta=\dfrac{1}{\cos^2\theta}$

θ の動径がどの象限にあるかで，三角関数の値の符号が決定する。

第 8 講　PART4 確認問題

1　θ が第 4 象限の角で，$\cos\theta = \dfrac{4}{5}$ のとき，

$\sin\theta =$ [ア]，$\tan\theta =$ [イ] である。

① $\dfrac{3}{5}$　② $\dfrac{3}{4}$　③ $\dfrac{4}{3}$　④ $\dfrac{5}{3}$

⑤ $-\dfrac{3}{5}$　⑥ $-\dfrac{3}{4}$　⑦ $-\dfrac{4}{3}$　⑧ $-\dfrac{5}{3}$

2　θ が第 3 象限の角で，$\tan\theta = 2\sqrt{2}$ のとき，

$\sin\theta =$ [ウ]，$\cos\theta =$ [エ] である。

① 3　② $\dfrac{1}{3}$　③ $6\sqrt{2}$　④ $\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$

⑤ -3　⑥ $-\dfrac{1}{3}$　⑦ $-6\sqrt{2}$　⑧ $-\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$

PART4 三角関数の相互関係

4 (1) θ が第 4 象限の角で，$\cos\theta=\dfrac{3}{5}$ のとき，$\sin\theta$，$\tan\theta$ の値を求めよ。

(2) θ が第 3 象限の角で，$\tan\theta=3$ のとき，$\sin\theta$，$\cos\theta$ の値を求めよ。

[解答]

(1) $\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$　より　$\sin^2\theta=1-\cos^2\theta=1-\left(\dfrac{3}{5}\right)^2=\dfrac{16}{25}$

θ が第 4 象限の角であるから，$\sin\theta<0$　　よって　$\sin\theta=-\dfrac{4}{5}$

$$\tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}=\left(-\frac{4}{5}\right)\div\frac{3}{5}=-\frac{4}{3}$$

(2) $1+\tan^2\theta=\dfrac{1}{\cos^2\theta}$　より　$\dfrac{1}{\cos^2\theta}=1+\tan^2\theta=1+3^2=10$

よって　$\cos^2\theta=\dfrac{1}{10}$

θ が第 3 象限の角であるから，$\cos\theta<0$　　よって　$\cos\theta=-\sqrt{\dfrac{1}{10}}=-\dfrac{1}{\sqrt{10}}\left(=-\dfrac{\sqrt{10}}{10}\right)$

$\tan\theta=\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$　より　$\sin\theta=\tan\theta\cos\theta=3\cdot\left(-\dfrac{1}{\sqrt{10}}\right)=-\dfrac{3}{\sqrt{10}}\left(=-\dfrac{3\sqrt{10}}{10}\right)$

第 8 講　PART4 確認問題 解答

1

[正解] ア：⑤，イ：⑥

[解説]

$\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$ より [A]

$$\sin^2\theta=1-\cos^2\theta=1-\left(\frac{4}{5}\right)^2=\frac{9}{25}$$

θ が第 4 象限の角であるから，$\sin\theta<0$ [B]

よって

$$\sin\theta=-\sqrt{\frac{9}{25}}=-\frac{3}{5}$$

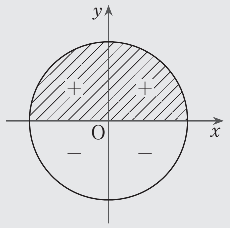
$$\tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}$$ [C]

$$=\left(-\frac{3}{5}\right)\div\frac{4}{5}=-\frac{3}{4}$$

[A]　三角関数の相互関係

$\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$

[B]　$\sin\theta$ の値の符号



[C]　三角関数の相互関係

$\tan\theta=\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$

2

[正解] ウ：⑧，エ：⑥

[解説]

$1+\tan^2\theta=\dfrac{1}{\cos^2\theta}$ より [D]

$$\frac{1}{\cos^2\theta}=1+\tan^2\theta=1+(2\sqrt{2})^2=9$$

よって　$\cos^2\theta=\dfrac{1}{9}$

θ が第 3 象限の角であるから，$\cos\theta<0$ [E]

したがって

$$\cos\theta=-\sqrt{\frac{1}{9}}=-\frac{1}{3}$$

$\tan\theta=\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$ より [F]

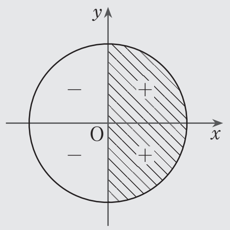
$$\sin\theta=\tan\theta\cos\theta$$

$$=2\sqrt{2}\cdot\left(-\frac{1}{3}\right)=-\frac{2\sqrt{2}}{3}$$

[D]　三角関数の相互関係

$1+\tan^2\theta=\dfrac{1}{\cos^2\theta}$

[E]　$\cos\theta$ の値の符号



[F]　$\tan\theta=\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$ より

$\sin\theta=\tan\theta\cos\theta$